

专题突破(三) 平行线与角综合

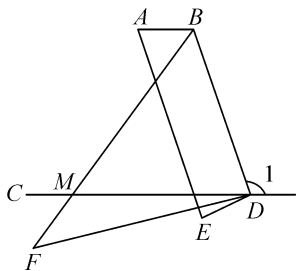
A 专题概述

本专题考查了平行线的判定与性质和三角形内角和定理. 熟练掌握平行线的判定与性质常用的辅助线, 并能进行推理计算和分类讨论, 数形结合是解决问题的关键.

B 例题导学

类型 1 利用平行线的性质和判定探究角

【例 1】如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle A + \angle 1 = 180^\circ$.

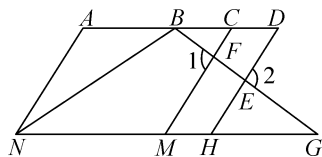


- (1) AE 与 BD 平行吗? 为什么?
- (2) 若 $\angle E = 80^\circ$, $\angle ABD$ 的平分线 BF 与 $\angle CDE$ 的平分线 DF 交于点 F , BF 与 CD 交于点 M , $\angle 1 = 116^\circ$, 求 $\angle F$ 的度数.

【方法点拨】本题考查了平行线的性质、探究角的关系以及平行线的性质与判定的综合, 正确作出辅助线是解题的关键.

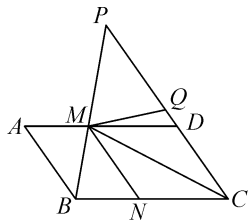
【变式练习】

1. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle D = \angle CMG$.
 - (1) AD 与 NG 平行吗? 为什么?
 - (2) 若 $\angle A + \angle DHG = 180^\circ$, 试探索 $\angle ANB$, $\angle NBG$ 和 $\angle 1$ 之间的数量关系.



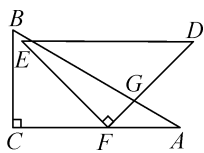
2. (2024 · 实验外国语学校期末) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle A = \angle BCD$, 点 M 是边 AD 上一点, 连接 BM , 延长 BM , CD 交于点 P . 点 N 是边 BC 上一点, 连接 MN , 使得 $\angle NMC = \angle MCN$, 作 $\angle NMP$ 的平分线 MQ 交 CP 于点 Q . 若 $\angle CMQ = \alpha$, 则 $\angle AMP$ 的度数用含 α 的式子表示为 ()

- $180^\circ - \alpha$
- $180^\circ - 2\alpha$
- $45^\circ + \alpha$
- $90^\circ + \alpha$

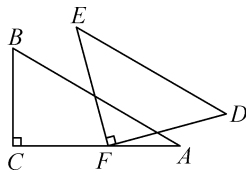


类型 2 利用分类讨论探究动态角问题

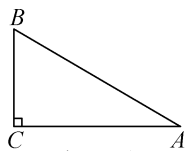
【例 2】如图①,将一副三角尺按图中所示位置摆放,点 F 在直线 AC 上,且 $ED \parallel AC$, DF 与 AB 相交于点 G ,其中 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle EFD = 90^\circ$, $\angle DEF = \angle EDF = 45^\circ$.



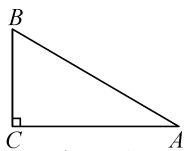
图①



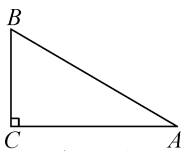
图②



备用图



备用图



备用图

(1) $\angle DGA$ 的度数为 _____;

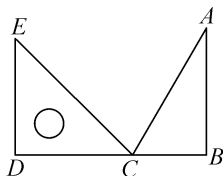
(2) 若三角尺 DEF 绕点 F 按顺时针方向旋转,如图②,当 $ED \parallel AB$ 时,求 $\angle DFA$ 的度数;

(3) 在(2)的前提下,三角尺 DEF 绕点 F 按逆时针方向以每秒 3° 的速度旋转,设旋转的时间为 t s,当 $0 < t \leq 60$ 时,在这个旋转过程中,是否还存在三角尺 DEF 的某一条边与 AB 平行的情况? 若存在,请在备用图上画出大致图形,并求出所有满足题意的 t 值;若不存在,请说明理由.

【方法点拨】本题主要考查了平行线的性质、一元一次方程的应用等知识点,分别利用平行线的性质建立方程,解方程即可得出答案;熟练掌握平行线的性质,合理作出辅助线是解此题的关键.

【变式练习】

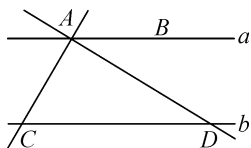
3. 将一副三角尺中的两块直角三角尺的顶点 C 按如图方式放在一起, 其中 $\angle A = 30^\circ$, $\angle E = \angle ECD = 45^\circ$,



且 B, C, D 三点在同一条直线上. 现将三角尺 CDE 绕点 C 顺时针转动 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 在转动过程中, 若三角尺 CDE 的 DE 边平行于三角尺 ABC 的某一条边时, 则此时转动的角度 α 为 _____.

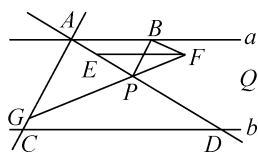
4. 如图, 直线 $a \parallel b$, A, B 为直线 a 上不重合的两点 (点 B 在 A 的右侧), 直线 AC, AD 分别与 b 相交于点 C, D , $\angle ACD = 60^\circ$, $\angle ADC = 30^\circ$. P 为直线 AD 上一点, 且满足 $BP \perp AD$. 将线段 AB 沿直线 AD 平移, 得到线段 EF , 点 E 在直线 AD 上, 连接 BF, FP , 直线 FP 与直线 AC 交于点 G .

(1) 如图①, 求 $\angle CAD$ 的度数;



图①

(2) 如图②, 若 $\angle BPF = 2\angle EFP$, 求 $\angle BFP$ 的度数;



图②

(3) 在线段 AB 平移的过程中, 若 $\angle AGF = 40^\circ$, 求 $\angle EFP$ 的度数.